

CORRECTION TD - O1

EXERCICES À MAÎTRISER

Ex. n°1 • Conversion d'unité



0039

1) On a :

$$100^\circ = 100^\circ \times \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = \boxed{1,75 \text{ rad}}$$

2) On a :

$$2,5 \text{ rad} = 2,5 \text{ rad} \times \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad}} = \boxed{143,2^\circ}$$

3) On a :

$$37^\circ 15' = 37^\circ + 15' = 37^\circ + 15' \times \frac{1^\circ}{60'} = 37,25^\circ = \boxed{0,65 \text{ rad}}$$

4) On a :

$$1,2 \text{ rad} = 68,75^\circ = 68^\circ + 0,75^\circ \times \frac{60'}{1^\circ} = \boxed{68^\circ 45'}$$

5) On a :

$$1' = 1' \times \frac{1^\circ}{60'} \times \frac{\pi \text{ rad}}{180^\circ} = \boxed{2,9 \times 10^{-4} \text{ rad}}$$

Ex. n°2 • Réfraction



8441

1) Loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r) \Rightarrow \boxed{r = \arcsin\left(\frac{n_1}{n_2} \sin(i)\right) = 40,6^\circ}$$

2) Loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r) \Rightarrow \boxed{i = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1} \sin(i)\right) = 38,8^\circ}$$

3) Loi de Snell-Descartes :

$$n_1 \sin(i) = n_2 \sin(r) \Rightarrow \boxed{n_1 = n_2 \frac{\sin(r)}{\sin(i)} = 1,53}$$

4) On rappelle l'expression de i_{lim} .

$$n_1 \sin(i_{lim}) = n_2 \underbrace{\sin\left(\frac{\pi}{2}\right)}_{=1} \Rightarrow i_{lim} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right) = 41,8^\circ$$

Puisque $i > i_{lim}$, alors il y a réflexion totale.

Ex. n°3 • Couleur d'un laser



2049

1) C'est un laser vert.

2) La longueur de l'onde lumineuse dans le plexiglas est :

$$\lambda = \frac{\lambda_0}{n} = 344 \text{ nm}$$

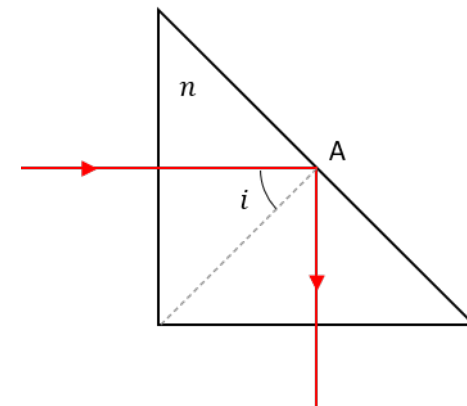
3) La couleur observée est donnée par la longueur d'onde **dans le vide**, qui ne change au cours de la propagation. La couleur du laser ne change donc pas, elle reste verte.

Ex. n°4 • Prisme à réflexion total



5135

Le prisme étant isocèle rectangle, l'angle d'incidence en A vaut 45° .



On écrit la condition de réfraction limite en A :

$$n \sin(i_{lim}) = 1$$

Pour avoir une réflexion totale, il faut que :

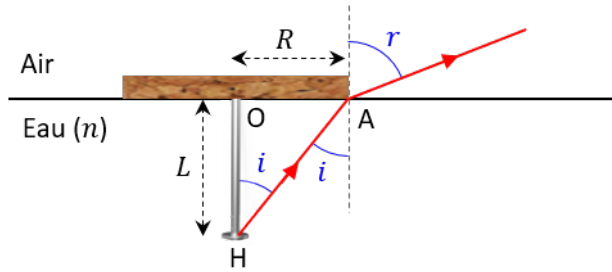
$$i > i_{lim} \Rightarrow \underbrace{\sin(i)}_{=1/\sqrt{2}} > \underbrace{\sin(i_{lim})}_{=1/n} \Rightarrow \boxed{n > \sqrt{2} = 1,41}$$

Ex. n°5 • Clou planté dans un bouchon



3428

1) Notations :



On écrit la condition de réfraction limite ($r = \pi/2$) en A.

$$n \sin(i_0) = 1$$

Dans le triangle AOH :

$$\sin(i_0) = \frac{R}{HA} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + L_0^2}}$$

Ainsi,

$$\frac{R}{\sqrt{R^2 + L_0^2}} = \frac{1}{n} \Rightarrow n^2 R^2 = R^2 + L_0^2 \Rightarrow \boxed{L_0 = R \sqrt{n^2 - 1}}$$

2) Tous les autres rayons arrivent sur le dioptre eau/air avec un angle $i > i_0$. Il y aura donc réflexion totale.

Aucun rayon lumineux partant du clou ne traverse le dioptre. Un observateur situé dans l'air ne voit donc pas le clou.

POUR ALLER PLUS LOIN

Ex. n°6 • Principe de Fermat pour la réflexion



5217

1) Le trajet a lieu entièrement dans le milieu d'indice n , la lumière s'y déplace donc à la vitesse constante :

$$v = \frac{c}{n}$$

Elle y parcourt une distance :

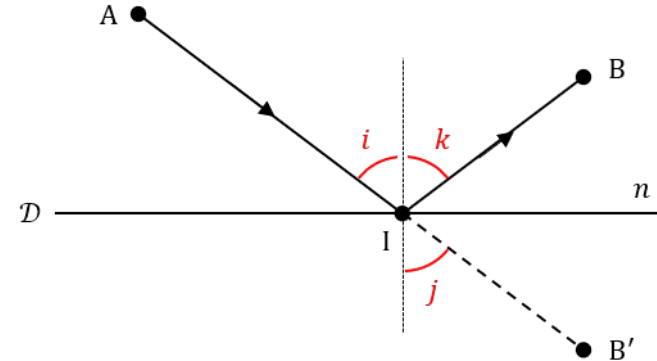
$$d = AI + IB = AI + IB'$$

puisque B' le symétrique de B par rapport au dioptre.

On rappelle la relation entre vitesse, distance et temps pour un mouvement à vitesse uniforme :

$$v = \frac{d}{T} \Rightarrow \boxed{T = \frac{d}{v} = \frac{n}{c} (AI + IB')}$$

2) Puisque c et n sont constants, minimiser T est équivalent à minimiser la distance $AI + IB'$. Pour que cette distance soit minimale, il faut que les trois points soient alignés.



Les points AIB' étant alignés, ils sont tous dans le plan d'incidence, donc B également par symétrie.

Les points AIB' étant alignés, $i = j$. Or, par symétrie, $j = k$. On a donc bien $i = k$.

Les deux lois de Snell-Descartes sont bien vérifiées.

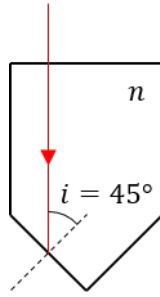
Ex. n°7 • Détecteur de niveau d'eau



9679

1) On calcule l'angle d'incidence limite, c'est-à-dire l'angle pour lequel un rayon réfracté existerait dans l'air, confondu avec le dioptre.

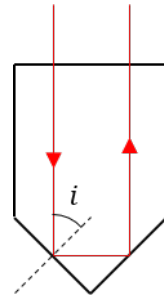
$$n \sin(i_{lim}) = 1 \times \sin(90^\circ) = 1 \Rightarrow \sin(i_{lim}) = \frac{1}{n}$$



Pour avoir réflexion totale, il faut donc que :

$$i > i_{lim} \Rightarrow \underbrace{\sin(i)}_{= 1/\sqrt{2}} > \underbrace{\sin(i_{lim})}_{= 1/n} \Rightarrow \boxed{n > \sqrt{2} = 1,41}$$

2) On a deux réflexions totales en bas du prisme (l'angle d'incidence est dans les deux cas 45° , on a donc réflexion totale dans les deux cas). Le rayon émerge parallèlement au rayon incident.



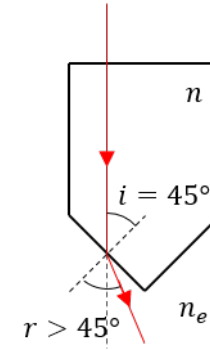
3) On calcule l'angle d'incidence limite, c'est-à-dire l'angle pour lequel un rayon réfracté existerait dans l'eau, confondu avec le dioptre.

$$n \sin(i_{lim}) = n_e \times \sin(90^\circ) = n_e \Rightarrow \sin(i_{lim}) = \frac{n_e}{n}$$

Pour ne pas avoir réflexion totale, il faut donc que :

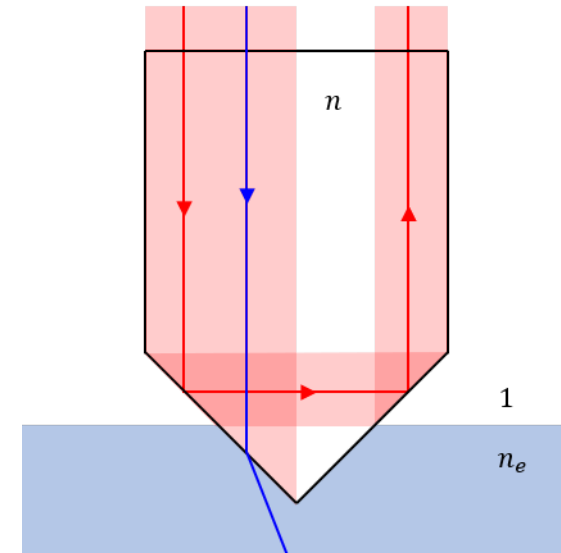
$$i < i_{lim} \Rightarrow \underbrace{\sin(i)}_{= 1/\sqrt{2}} < \underbrace{\sin(i_{lim})}_{= n_e/n} \Rightarrow \boxed{n < n_e \sqrt{2} = 1,89}$$

4) Le rayon réfracté est dévié vers l'interface puisque $n > n_e$.



5) Prenons un faisceau de largeur égale à une demi largeur du prisme (cf. figure). La partie du faisceau qui possède une interface verre/air subit une réflexion totale et émerge par la face supérieure. La partie du faisceau qui possède une interface verre/eau subit une réfraction dans l'eau. En regardant la largeur du faisceau qui émerge par la face supérieure, on peut donc en déduire la position du niveau d'eau.

Faisceau incident

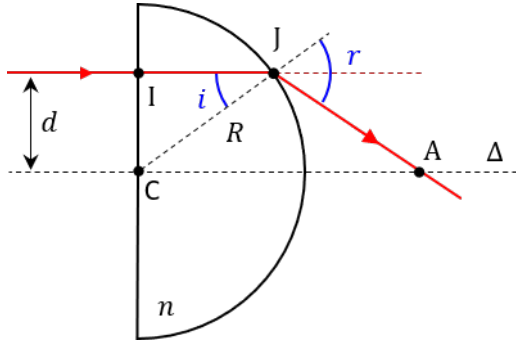


Ex. n°8 • Réfraction par un hémicylindre



4207

1) En I, le rayon n'est pas dévié car il est en incidence normale.

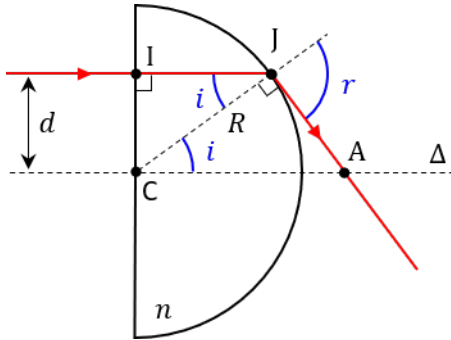


2) Cf. question précédente pour le tracé.

Loi de Snell-Descartes en J.

$$n \sin(i) = \sin(r)$$

3) Si le rayon émergent est tangent à l'hémi-cylindre, alors $r = \pi/2$.



Loi de Snell-Descartes + triangle IJC :

$$\sin(i) = \frac{1}{n} = \frac{d}{R} \Rightarrow \boxed{d = \frac{R}{n}}$$

4) Dans les triangles CJA et CJI, on a :

$$\cos(i) = \frac{R}{CA} = \frac{IJ}{R}$$

De plus, d'après Pythagore :

$$IJ = \sqrt{R^2 - d^2} \Rightarrow \boxed{CA = \frac{R^2}{\sqrt{R^2 - d^2}} = \frac{R}{\sqrt{1 - (1/n)^2}}}$$

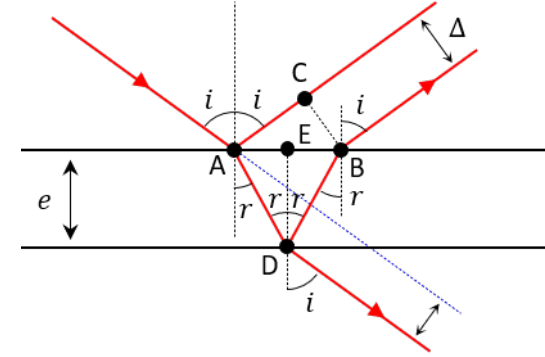
5) Si $d' > d$, alors $i' > i$. Or, l'angle i choisit correspond déjà à $r = \pi/2$, c'est-à-dire que i est l'angle d'incidence limite. Donc $i' > i$ correspondrait à un cas de réflexion totale en J.

Ex. n°9 • lame à face parallèles



4096

1) Légendons tous les angles. Tous les angles des rayons à l'extérieur de la lame valent i et ceux à l'intérieur valent r . Les rayons sont donc bien parallèles.



2) Dans le triangle ABC, on a :

$$\cos(i) = \frac{\Delta}{AB}$$

Dans le triangle ADE, on a :

$$\tan(r) = \frac{\sin(r)}{\cos(r)} = \frac{AB/2}{e}$$

Loi de Snell-Descartes :

$$\sin(i) = n \sin(r)$$

On rappelle que $\forall \theta$:

$$\sin^2(\theta) + \cos^2(\theta) = 1$$

On combine toutes ces relations :

$$\Delta = AB \times \cos(i) = 2e \frac{\sin(r)}{\cos(r)} \cos(i) = 2e \frac{\sin(i)/n}{\sqrt{1 - (\sin(i)/n)^2}} \cos(i)$$

Ainsi :

$$\boxed{\Delta = \frac{2e \sin(i) \cos(i)}{\sqrt{n^2 - \sin^2(i)}}}$$

Ex. n°10 • Réflexion dans une goutte d'eau

★★★ 0748

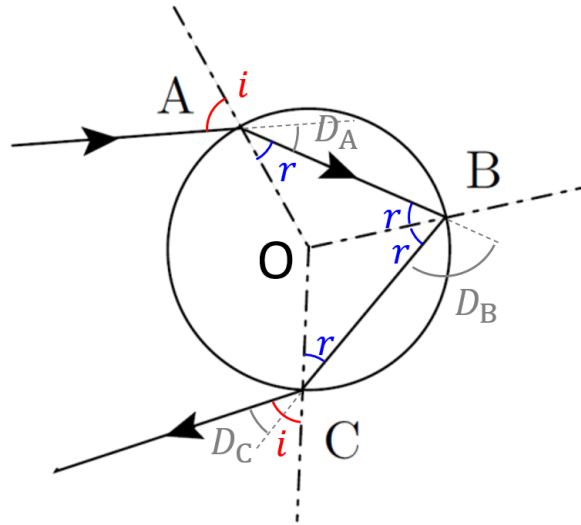
1) Loi de Snell-Descartes :

$$\sin(i) = n \sin(r)$$

2) Dans le goutte, les triangles OAB et OBC sont isocèles puisque $OA = OB = OC = R$ le rayon de la goutte. Dans le goutte, les angles en A, B et C sont donc tous égaux à r .

Une loi de Snell-Descartes en C permet de montrer immédiatement que l'angle du rayon émergent vaut i .

$$n \sin(r) = \sin(i_C) \Rightarrow i_C = i$$



3) Une loi de Snell-Descartes en B permet de montrer immédiatement que l'angle du rayon qui sortirait de la goutte en B vaudrait i .

$$n \sin(r) = \sin(i_B) \Rightarrow i_B = i$$

Donc cet angle existe. Il n'y a pas de réflexion totale.

4) Graphiquement en A, on constate que :

$$i = D_A + r \Rightarrow D_A = i - r$$

De même en C :

$$r = i - D_C \Rightarrow D_C = i - r$$

Enfin, au point B :

$$D_B = \pi - 2r$$

On en déduit la déviation totale :

$$D = D_A + D_B + D_C = \pi + 2i - 4r \Rightarrow D = \pi + 2i - 4 \arcsin\left(\frac{\sin(i)}{n}\right)$$

Ex. n°11 • Étude des cirrus

★★★ 6339

1) Lois de Snell-Descartes en A et B

$$\sin(i) = n \sin(r) \quad \text{et} \quad \sin(i') = n \sin(r')$$

2) Dans le triangle ABS :

$$\pi = \theta + \left(\frac{\pi}{2} - r\right) + \left(\frac{\pi}{2} - r'\right) \Rightarrow \theta = r + r'$$

3) On a une réflexion totale en B si :

$$n \sin(r') > 1 \Rightarrow n \sin(\theta - r) > 1 \Rightarrow n \sin\left(\theta - \arcsin\left(\frac{\sin(i)}{n}\right)\right) > 1$$

On isole θ :

$$\theta - \arcsin\left(\frac{\sin(i)}{n}\right) > \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) \Rightarrow \theta > \arcsin\left(\frac{\sin(i)}{n}\right) + \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

On veut que cette relation soit vérifiée pour tout i . Puisque $\arcsin$ et $\sin$ sont des fonctions croissantes sur $[0, \pi/2]$, alors :

$$\max\left(\arcsin\left(\frac{\sin(i)}{n}\right)\right) = \arcsin\left(\frac{\sin(\pi/2)}{n}\right) = \arcsin\left(\frac{1}{n}\right)$$

On obtient donc :

$$\theta > 2 \arcsin\left(\frac{1}{n}\right) = 99,5^\circ$$

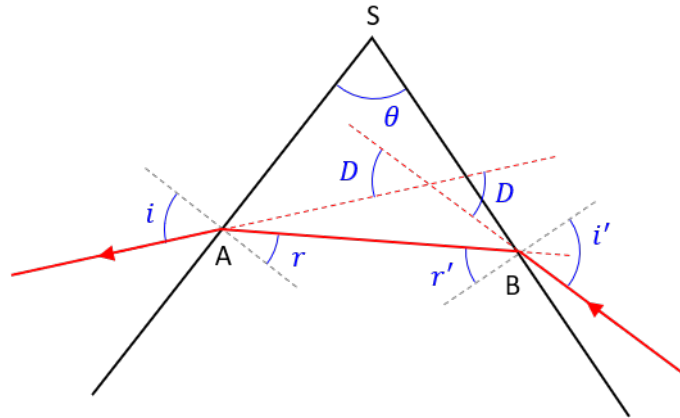
4) Le rayon ne peut pas émerger sur la face BC car on a un angle de $\widehat{ABC} = 120^\circ > 99,5^\circ$.

5) Comme AB est parallèle à DE (lame à face parallèle), le rayon émergent sera parallèle au rayon incident.

6) Le rayon est dévié de $(i - r)$ sur la face d'entrée et de $i' - r'$ sur la face de sortie. Ainsi,

$$D = i + i' - r - r' = i + i' - \theta$$

7) D'après le principe de retour inverse de la lumière, un rayon d'angle d'incidence i' possède la même déviation D comme l'illustre le schéma ci-dessous.



Dans notre cas, si D est la déviation correspondant à une incidence i et émergent avec un angle i' , alors D est aussi déviation correspondant à l'incidence i' (émergent avec un angle i). Il existe donc deux angles d'incidence i et i' donnant la même déviation. Pour le cas particulier où $i = i'$, la déviation est donc extrême.

Illustration (ne pas tenir compte des valeurs numériques) :

